

LaurTec

**Leggi ed applicazioni fondamentali
dell'elettrotecnica**

Autore : *Mauro Laurenti*

email: info.laurtec@gmail.com

ID: AN2003-IT

INFORMATIVA

Come prescritto dall'art. 1, comma 1, della legge 21 maggio 2004 n.128, l'autore avvisa di aver assolto, per la seguente opera dell'ingegno, a tutti gli obblighi della legge 22 Aprile del 1941 n. 633, sulla tutela del diritto d'autore.

Tutti i diritti di questa opera sono riservati. Ogni riproduzione ed ogni altra forma di diffusione al pubblico dell'opera, o parte di essa, senza un'autorizzazione scritta dell'autore, rappresenta una violazione della legge che tutela il diritto d'autore, in particolare non ne è consentito un utilizzo per trarne profitto.

La mancata osservanza della legge 22 Aprile del 1941 n. 633 è perseguibile con la reclusione o sanzione pecuniaria, come descritto al Titolo III, Capo III, Sezione II.

A norma dell'art. 70 è comunque consentito, per scopi di critica o discussione, il riassunto e la citazione, accompagnati dalla menzione del titolo dell'opera e dal nome dell'autore.

AVVERTENZE

I progetti presentati non hanno la certificazione CE, quindi non possono essere utilizzati per scopi commerciali nella Comunità Economica Europea.

Chiunque decida di far uso delle nozioni riportate nella seguente opera o decida di realizzare i circuiti proposti, è tenuto pertanto a prestare la massima attenzione in osservanza alle normative in vigore sulla sicurezza.

L'autore declina ogni responsabilità per eventuali danni causati a persone, animali o cose derivante dall'utilizzo diretto o indiretto del materiale, dei dispositivi o del software presentati nella seguente opera.

Si fa inoltre presente che quanto riportato viene fornito così com'è, a solo scopo didattico e formativo, senza garanzia alcuna della sua correttezza.

L'autore ringrazia anticipatamente per la segnalazione di ogni errore.

Tutti i marchi citati in quest'opera sono dei rispettivi proprietari.

Introduzione

Grande è la soddisfazione nel realizzare un circuito del quale si è compreso interamente il funzionamento. In questo Tutorial verranno presentate le leggi ed applicazioni fondamentali necessarie per la comprensione dei circuiti elettronici e per la progettazione o adeguamento alle proprie esigenze di alcune sue parti.

Il Tutorial non si prefigge lo scopo di essere esaustivo nei vari argomenti, i quali richiederebbero per loro natura di un Tutorial dedicato. Lo scopo che si vuole raggiungere è quello di mostrare i mezzi base per un utilizzo delle leggi presentate e qualche nozione avanzata per stimolare la curiosità e spingere il lettore ad un approfondimento su testi specifici. Le dimostrazioni, scritte in *corsivo* possono essere tranquillamente saltate. Al fine di permettere una migliore comprensione sono riportati anche degli esempi numerici.

La prima legge di Ohm

Non c'è circuito che non abbia almeno una resistenza. Per quanto possa essere complesso la legge¹ che governa il suo comportamento è sempre la stessa.

$$V = R \cdot I$$

In parole, tale relazione, dice che la differenza di potenziale V che è possibile misurare ai capi di una resistenza è pari al prodotto della resistenza R e la corrente I che la attraversa².

Se le grandezze che si hanno a disposizione non sono la R e la I si ottengono le seguenti relazioni inverse.

$$R = \frac{V}{I}$$

ovvero la resistenza è data dal rapporto tra la tensione ai suoi capi e la corrente che

¹ Tecnicamente si parla di modello che descrive il componente. Il modello altro non è che una relazione matematica, più o meno complessa che permette lo studio e il dimensionamento di un componente. Si parla di modello anche per sistemi che non siano elettronici.

² Matematicamente si enuncia dicendo che la tensione V è direttamente proporzionale alla corrente I, ed R è la costante di proporzionalità.

l'attraversa.

$$I = \frac{V}{R}$$

ovvero la corrente che attraversa una resistenza è data dal rapporto della tensione ai suoi capi e la resistenza stessa.

Vediamo un esempio per fissare le idee.

Esempio 1

Misurando con il tester la tensione ai capi di una resistenza di 680Ω si legge una d.d.p (differenza di potenziale) di 4V. Quant'è la corrente che scorre sulla resistenza?

Dovendo calcolare la corrente dobbiamo conoscere la tensione e la resistenza, che rappresentano proprio i dati a noi noti dalla misura e dalla lettura del codice dei colori della resistenza. La corrente è così calcolabile :

$$I = \frac{V}{R} = \frac{4}{680} = 0.0058A = 5.8mA$$

dunque la corrente si misura in A (Ampere) la tensione in V (Volt) e la resistenza in Ω (Ohm).

La prima legge di Ohm non deve essere vista come una legge che funziona solo con le resistenze commerciali. Infatti ogni conduttore si comporta come una resistenza dunque può essere descritto con la prima legge di Ohm.

La seconda legge di Ohm

La seconda legge di Ohm si applica come la prima legge a tutti i conduttori, ed è la seguente :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

Questa si enuncia dicendo che la resistenza R di un conduttore è pari al prodotto della sua resistività ρ per il rapporto della della sua lunghezza l e la sua sezione³ S.

³ Matematicamente si enuncia dicendo che la resistenza R di un conduttore è direttamente proporzionale alla sua resistività e lunghezza ed inversamente proporzionale alla sua sezione.

La resistività si misura in $\Omega \cdot m$. E' intuitivo pensare che la resistenza R venga a dipendere in maniera proporzionale alla lunghezza, ovvero prendendo un filo sempre più lungo aumenteremo la sua resistenza.

Pensandoci è possibile anche capire perché la sezione S si trova a denominatore, ovvero R sia inversamente proporzionale a S.

La resistenza quantifica la difficoltà che le cariche elettriche hanno nell'attraversare un conduttore. Se il nostro conduttore diviene sempre più stretto, si pensi ad una strozzatura del tubo per annaffiare, le cariche elettriche, ovvero l'acqua, avranno più difficoltà ad attraversare il conduttore, dunque al diminuire di S la resistenza aumenta.

Questa è la relazione che viene utilizzata per dimensionare le resistenze commerciali.

Resistenze in serie e in parallelo

Due resistenze si dicono in serie se attraversate dalla stessa corrente I. Le resistenze di Figura 1 sono dunque in serie.

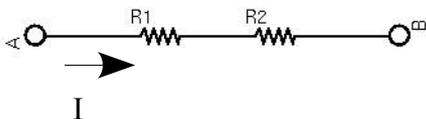


Figura 1: Collegamento in serie di due resistori

E' convenzione indicare il verso della corrente dal punto a potenziale più alto al punto a potenziale più basso. Se misurassimo con il tester la resistenza presente tra i punti A e B si otterrebbe che la resistenza equivalente, ovvero totale, risulta :

$$Req = R1 + R2$$

Quindi la resistenza totale tra due resistenze collegate in serie è data dalla somma dei due valori resistivi. In particolare se si ha un numero n di resistenze, la resistenza equivalente è :

$$Req = R1 + R2 + R3 + \dots + Rn$$

ovvero data dalla somma dei singoli valori.

Dimostrazione

Usando la prima legge di Ohm si ha :

$$Req = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{V_{R1} + V_{R2}}{I}$$

esplicitando le tensioni ai capi delle due resistenze come prodotto tra la resistenza e la corrente e mettendo a fattor comune la corrente I, si ottiene :

$$Req = \frac{I \cdot (R1 + R2)}{I} = R1 + R2$$

Due resistenze si dicono in parallelo quando i loro terminali sono collegati assieme, ovvero la differenza di potenziale (tensione) presente ai loro capi è uguale.

La connessione in parallelo tra due resistenze è riportata in Figura 2.

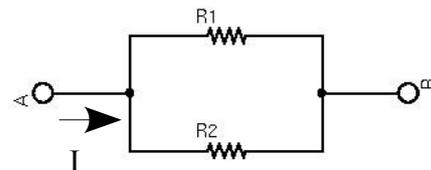


Figura 2: Collegamento in parallelo di due resistori

Se con il tester si misurasse la resistenza equivalente tra i terminali A e B, si avrebbe che :

$$Req = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2}$$

in parole, la resistenza equivalente è data dal prodotto dei valori diviso la loro somma.

Questa relazione risulta un caso particolare della relazione più generale che si ha per n resistori collegati in parallelo.

$$Req = \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \dots + \frac{1}{Rn}}$$

Nel caso particolare in cui il numero di resistenze sia due si ha la relazione precedente.

Dimostrazione

Dal momento che la tensione V_{AB} presente ai capi delle resistenze è uguale si può scrivere, per la prima legge di Ohm, indifferentemente :

$$V_{AB} = R_1 \cdot I_{R1}$$

o

$$V_{AB} = R_2 \cdot I_{R2}$$

dal momento che la resistenza equivalente è comunque data da :

$$R_{eq} = \frac{V_{AB}}{I}$$

e la corrente I è data dalla somma delle correnti che scorrono nelle resistenze (si veda la seconda legge di Kirchoff)

$$I = I_{R1} + I_{R2}$$

si ottiene dunque

$$R_{eq} = \frac{V_{AB}}{I} = \frac{V_{AB}}{I_{R1} + I_{R2}} = \frac{V_{AB}}{\frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2}}$$

semplificando V_{AB} si ottiene la relazione cercata.

Un'osservazione importante è che la resistenza equivalente derivante dal parallelo di due o più resistenze è sempre più bassa della resistenza più piccola coinvolta.

Se le resistenze sono due e di ugual valore, la resistenza equivalente è pari alla metà.

Se in un parallelo tra due resistenze una è molto più grande dell'altra (almeno 10 volte) la resistenza equivalente è poco inferiore della resistenza più piccola.

Esempio 1

Dato il circuito di Figura 3, calcolare la resistenza equivalente che si misurerebbe ai terminali A e B⁴.

Da una prima analisi del circuito è possibile osservare che le resistenze R2 e R3 sono collegate in parallelo. E' possibile applicare le

leggi serie e parallelo anche su un singolo blocco per poi sostituirlo con una resistenza equivalente.

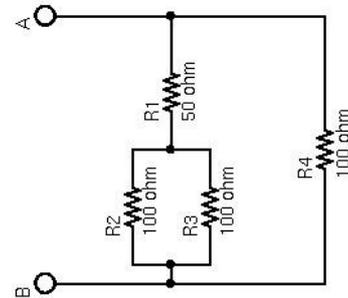


Figura 3: Esercizio

Effettuando il parallelo tra le due resistenze R2 e R3 da 100Ω, si ottiene la resistenza Req1 pari a 50Ω, ovvero della metà.

Dopo questa prima semplificazione si ottiene il circuito riportato in Figura 4.

Dal nuovo schema è possibile osservare che le resistenze Req1 e R1 sono in serie.

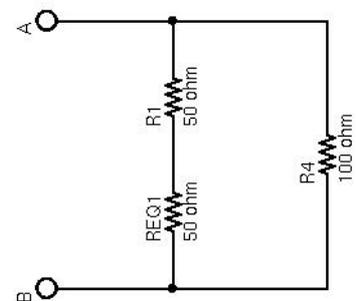


Figura 4: Schema elettrico dopo la prima semplificazione

Applicando la regola delle resistenze in serie si ottiene che Req2 è pari a 100Ω. Dopo questa seconda semplificazione si ottiene la Figura 5.

Dal nuovo schema è possibile osservare che R4 è in parallelo con Req2. Poiché le due resistenze sono di ugual valore si ha che il parallelo è di 50Ω. Questo è il valore che è possibile osservare con un tester se si misurasse la resistenza ai capi A e B.

⁴ E' importante osservare che la resistenza equivalente dipende dai punti in cui la vado a misurare.

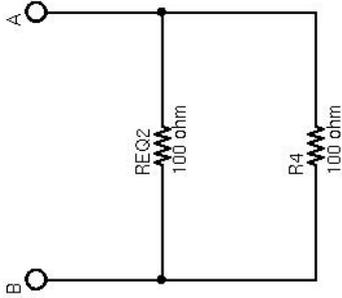


Figura 5: Schema elettrico dopo la seconda semplificazione

La prima legge di Kirchoff

La prima legge di Kirchoff rappresenta una versione elettrica del principio più generale sulla conservazione dell'energia. Questa legge rappresenta un caso particolare delle equazioni di Maxwell⁵ nel caso a bassa frequenza.

Questa legge enuncia che, comunque si prenda una linea chiusa, chiamata maglia, che parta da un punto di un circuito e giunga allo stesso punto, la somma delle forze elettromotrici (generatori di tensioni) è uguale alla somma delle cadute di tensione sugli altri componenti. In Figura 6 è riportato un semplice schema elettrico con una batteria, questo rappresenta un circuito dal quale è possibile prendere in considerazione una sola linea chiusa. Sia che si consideri la linea chiusa in senso orario che antiorario si prendono comunque gli stessi componenti.

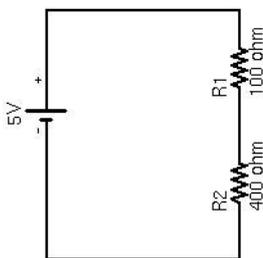


Figura 6: Circuito ad una maglia

La prima legge di Kirchoff afferma che la somma delle tensioni nel circuito di Figura 6 è nulla. Quindi si ha che :

⁵ Le equazioni di Maxwell rappresentano il modello matematico con il quale si studiano le onde elettromagnetiche.

$$V_{BATTERIA} = V_{R1} + V_{R2}$$

Se per esempio sappiamo che la tensione della batteria è di 5V, che la corrente I che circola è di 0.01A e che R1 è di 100Ω, è possibile calcolare R2 nel modo seguente :

$$V_{R2} = V_{BATTERIA} - V_{R1} = 5 - (100 \cdot 0.01) = 5 - 1 = 4V$$

dal momento che R1 e R2 sono in serie, anche R2 sarà attraversata da 0.01A. Per la prima legge di Ohm si ottiene che

$$R2 = \frac{V_{R2}}{I} = \frac{4}{0.01} = 400 \Omega$$

Questo stesso problema lo si potrebbe risolvere pensando di usare solo la prima legge di Ohm. Si può infatti pensare che la corrente di 0.01A sia dovuta alla presenza di una resistenza equivalente data dalla somma di R1 e R2. Il valore della resistenza Req è possibile calcolarla per mezzo della prima legge di Ohm :

$$Req = \frac{V_{BATTERIA}}{I} = \frac{5}{0.01} = 500 \Omega$$

Dal momento che Req è

$$Req = R1 + R2$$

si può calcolare R2 come

$$R2 = Req - R1 = 500 - 100 = 400 \Omega$$

che rappresenta proprio il valore precedentemente calcolato.

Da questo esempio si capisce quanto sia importante la comprensione della prima legge di Ohm per comprendere e dimensionare un circuito.

La seconda legge di Kirchoff

La seconda legge di Kirchoff è una rappresentazione del principio di conservazione della carica. Questa si enuncia dicendo che la somma di tutte le correnti entranti ed uscenti in un punto, chiamato nodo, è nulla. Detta in altri

termini tutto quello che entra deve uscire in ugual misura. Il principio di conservazione della carica rappresenta un caso specifico del principio fisico più generale “nulla si crea nulla si distrugge”. Un'applicazione di tale legge la si vedrà con il partitore di corrente.

In aggiunta a quanto detto è però importante osservare, se pur non messo in luce, che per mezzo delle leggi di Kirchoff è possibile calcolare qualunque tensione o corrente presente in un circuito.

Il partitore di tensione

La configurazione a partitore di tensione di due o più resistori risulta molto usata nelle applicazioni elettroniche. Alcuni tipi di polarizzazione del transistor prevedono l'utilizzo del partitore di tensione per fissare la tensione di base. Le sonde degli oscilloscopi possono essere ottenute con un semplice partitore di tensione.

In generale, il partitore di tensione, viene utilizzato in tutte quelle applicazioni in cui è necessaria solo una parte della tensione disponibile. In Figura 7 è riportato un esempio di un partitore ottenuto con due resistori.

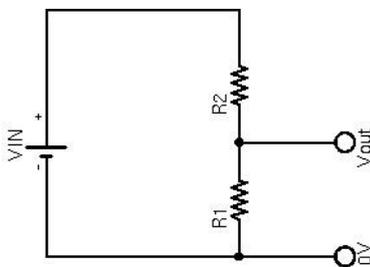


Figura 7: Partitore di tensione con due resistenze

La tensione di uscita V_{OUT} sarà

$$V_{OUT} = \frac{R1}{R1 + R2} V_{IN}$$

Da questa relazione si comprende che più $R1$ è grande maggiore sarà la tensione V_{OUT} , la quale però sarà sempre minore V_{IN} .

Dimostrazione

La resistenza equivalente è data dalla somma delle due resistenze.

Per la prima legge di Ohm si ha che la corrente I che circola è

$$I = \frac{V_{IN}}{R_{eq}} = \frac{V_{IN}}{R1 + R2}$$

sempre per la prima legge di Ohm si ha che la corrente I può anche essere calcolata come

$$I = \frac{V_{OUT}}{R1}$$

Eguagliando le due equazioni si ha

$$\frac{V_{OUT}}{R1} = \frac{V_{IN}}{R1 + R2}$$

da cui discende l'equazione del partitore precedentemente enunciata.

Per mezzo del partitore di tensione è possibile ottenere più riferimenti di tensione. Per esempio nel caso di un equalizzatore grafico per lo stereo sono necessari più riferimenti da confrontare con il livello del segnale musicale.

Questo è sempre ottenuto con il partitore di tensione ma per mezzo di più resistori, in Figura 8 è riportato un caso a tre resistori.

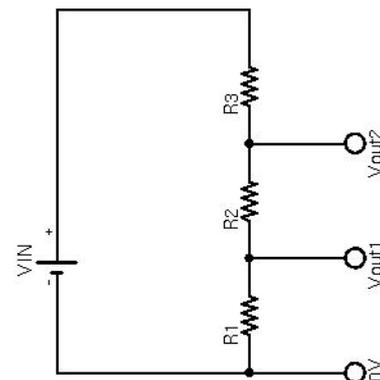


Figura 8: Partitore con tre resistenze

In questo caso si avrà che

$$V_{OUT1} = \frac{R1}{R1 + R2 + R3} \cdot V_{IN}$$

mentre

$$V_{OUT2} = \frac{R1 + R2}{R1 + R2 + R3} \cdot V_{IN}$$

$$R1 = 1K \Omega$$

$$R2 = 9K \Omega$$

per estensione delle formule ora introdotte è possibile calcolare le tensioni di uscita di un partitore di tensione ottenuto con un qualunque numero di resistori.

Esempio 1

Supponiamo di volere misurare una tensione di 100V in continua con un voltmetro che al massimo può misurare 10V.

Per mezzo di un partitore con rapporto 1:10, ovvero che ha una V_{OUT} 10 volte inferiore alla V_{IN} , è possibile risolvere il problema.

Per dimensionare il partitore bisogna procedere in questo modo:

dal momento che la tensione è abbastanza elevata, bisognerà scegliere valori di resistenze elevati, per contenere la potenza dissipata all'interno dei resistori. Fissiamo 10mA la corrente massima all'interno del partitore; questo valore lo si avrà in corrispondenza dei 100V. Per la prima legge di Ohm si avrà che la resistenza equivalente del partitore sarà

$$Req = \frac{V_{IN}}{I} = \frac{100}{0.01} = 10\,000 \Omega = 10K \Omega$$

Poiché al valore massimo di tensione pari a 100V voglio in uscita 10V il rapporto tra $R1$ e $(R1+R2)$ deve essere 10 ovvero

$$\frac{V_{IN}}{V_{OUT}} = \frac{R1}{R1 + R2} = \frac{100}{10} = 10$$

questo significa che fissata $R1$ è possibile calcolare $R2$ in questo modo

$$R2 = 9 \cdot R1$$

però, dal momento che abbiamo imposto anche un valore massimo per la corrente, che ci impone che

$$R1 + R2 = 10K \Omega$$

si ha che

la resistenza $R2$ da $9K\Omega$ può per esempio essere ottenuta con il parallelo tra due resistori da $18K\Omega$.

Il partitore che ne risulta è riportato in Figura 9.

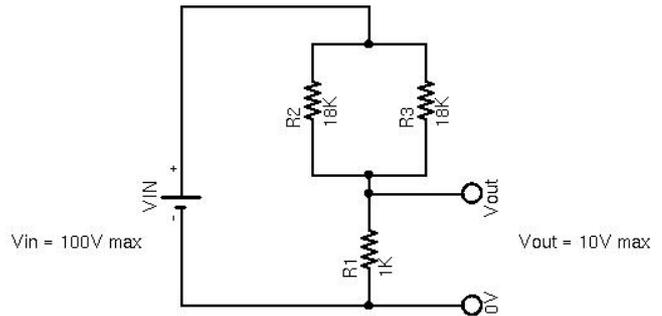


Figura 9: Partitore di tensione dell'Esempio 1

Il partitore di corrente

Il partitore di corrente, al pari del partitore di tensione, risulta particolarmente utile in molte applicazioni. Nonostante la sua utilità risulta generalmente meno noto. Si consideri il partitore di corrente a due resistenze, riportato in Figura 10.

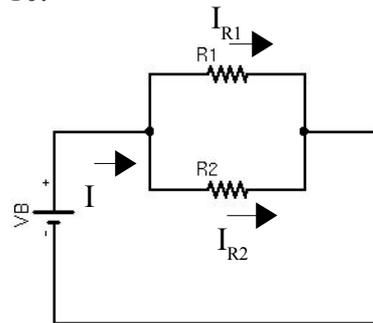


Figura 10: Schema di un partitore di corrente a due resistenze

Le due correnti I_{R1} e I_{R2} è possibile calcolarle nel seguente modo:

$$I_{R1} = \frac{R2}{R1 + R2} \cdot I$$

$$I_{R2} = \frac{R1}{R1 + R2} \cdot I$$

è possibile subito osservare una certa analogia con il partitore di tensione. Per il partitore di tensione si ha però che maggiore è la resistenza, e maggiore è la tensione ai suoi capi. Nel caso del partitore di corrente è possibile vedere che la corrente totale I tende a scorrere più facilmente laddove la resistenza è più bassa⁶. Infatti I_{R1} , che è legata ad $R1$, tende ad essere più grande se $R2$ aumenta, ovvero $R1$ diminuisce.

Dimostrazione

Per la prima legge di Ohm si ha che le correnti che scorrono sui singoli resistori sono

$$I_{R1} = \frac{V_B}{R1}$$

$$I_{R2} = \frac{V_B}{R2}$$

per la seconda legge di Kirchoff si ha che la corrente totale I , che risulta entrante, è uguale alla somma delle correnti I_{R1} e I_{R2} che risultano uscenti⁷

$$I = I_{R1} + I_{R2}$$

quindi si ha che

$$I_{R1} = I - I_{R2}$$

sviluppando I_{R2} si ha

$$I_{R1} = I - \frac{V_B}{R2}$$

per la prima legge di Ohm, visto che le due resistenze del partitore sono in parallelo, V_B si può scrivere in questo modo

$$V_B = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2} \cdot I$$

che sostituita nella relazione precedente permette di calcolare I_1 in questo modo

$$I_{R1} = I - \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2} \cdot I \cdot \frac{1}{R2}$$

semplificando $R2$ e mettendo a fattor comune si ha

$$I_{R1} = \left(1 - \frac{R1}{R1 + R2}\right) \cdot I$$

facendo il minimo comune multiplo si ha che

$$I_{R1} = \frac{R1 + R2 - R1}{R1 + R2} \cdot I$$

si ottiene dunque la I_{R1} . Per ottenere la I_{R2} si procede in maniera analoga. Si lascia al lettore questa seconda dimostrazione.

Vediamo un utile applicazione di un partitore di corrente, che per altro è frequentemente sotto i nostri occhi.

Esempio 1

Misurare una corrente I di 1A per mezzo di un amperometro che possiede 100mA (0.1 A) di fondo scala ed una resistenza interna R_A di 9Ω.

Un amperometro che possiede 100mA di fondo scala vuol dire che non può misurare più di 100mA. Generalmente l'amperometro possiede un fusibile di protezione in modo da evitare che correnti più elevate possano danneggiare lo strumento.

Nel caso di un amperometro analogico il fondo scala si ottiene con l'ago deviato totalmente verso il lato opposto a quello di corrente nulla⁸. Nel caso di amperometro digitale si parla comunque di fondo scala (o overflow) anche se in realtà la lettura avviene su di un display. Il fondo scala viene raggiunto quando sul display è visualizzato I o 1 sulla sinistra⁹.

Per poter leggere una corrente di 1A con un

⁶ Su questo principio si basa l'impianto a terra. Per ulteriori chiarimenti si veda il Tutorial "1000 domande 1000 risposte".

⁷ In altri termini si ricorda che la seconda legge di Kirchoff si enuncia dicendo: "La corrente che entra è uguale a quella che esce".

⁸ Questa situazione può danneggiare, oltre ai componenti interni, per un'eccessiva corrente, anche la parte meccanica dello strumento.

⁹ Questa indicazione può comunque variare da strumento a strumento. Un'altra tipica visualizzazione per indicare il raggiungimento del fondo scala è E.

amperometro di 100mA fondo scala si procede in maniera simile al partitore di tensione.

Quello che voglio è che per una corrente di 1A, sul mio strumento scorrano solo 100mA. La soluzione adottata è quella che effettivamente viene usata all'interno degli strumenti di misura e va sotto il nome di shunt dello strumento.

Come visibile in Figura 11 si è messo un resistore in parallelo allo strumento.

Quello che si vuole è che nella resistenza di shunt scorra una corrente pari a 9/10 del totale. Dal momento che la resistenza dell'amperometro è di 9Ω , la resistenza R_1 dovrà essere di 1Ω . Si verifichi e si dimostri quanto appena asserito.

A causa della presenza dello shunt la corrente che verrà letta sull'amperometro non sarà corrente I . Per ottenere il valore di I bisognerà moltiplicare per 10 il valore letto.

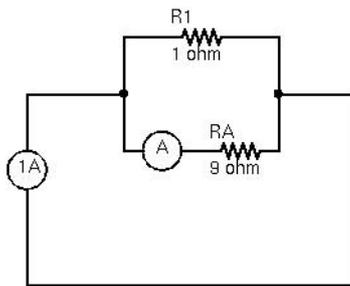


Figura 11: Shunt di un amperometro

Potenza dissipata in un resistore

Non c'è sistema in natura che possa compiere lavoro senza far uso di energia.

In particolare la stessa corrente per poter circolare richiede energia. Questa proviene dal campo elettrico generato dalla batteria, ovvero dalla differenza di potenziale della stessa.

Se effettivamente gli elettroni fossero liberi di muoversi senza nessuna resistenza non verrebbe dissipata alcuna potenza nel mezzo in cui scorre.

Come visto in precedenza ogni materiale conduttore possiede una propria resistenza che viene a dipendere dalla seconda legge di Ohm. Si capisce dunque che in un resistore viene a dissiparsi una potenza che sarà legata alla resistenza stessa.

La potenza si misura in Watt [W] e viene così

calcolata¹⁰

$$P = V \cdot I$$

tenendo conto della prima legge di Ohm si ottengono anche le seguenti relazioni equivalenti

$$P = R \cdot I^2$$

$$P = \frac{V^2}{R}$$

Normalmente i resistori hanno dimensioni diverse a seconda della potenza che dovranno dissipare.

Dal momento che per effetto Joule si avrà il riscaldamento della resistenza ogni qual volta vi circoli corrente, si ha che per smaltire il calore prodotto all'interno del componente, sarà necessaria una superficie tanto più grande quanto più grande sarà la potenza dissipata. Per tali ragioni a potenze maggiori corrispondono resistori più grandi.

Per alcuni resistori di potenza è previsto anche un contenitore in alluminio, tipo aletta di raffreddamento, in modo da facilitare lo smaltimento del calore.

Per capire di che potenza vada scelto un resistore bisogna dunque utilizzare le relazioni sopra introdotte (valide in corrente continua) e considerare per ragioni di sicurezza una potenza circa doppia di quella calcolata.

Condensatori in serie e in parallelo

A differenza dei resistori, i condensatori collegati in parallelo si sommano mentre quelli collegati in serie seguono la legge del parallelo.

Consideriamo i due condensatori collegati in parallelo di Figura 12.

¹⁰ Questa relazione così come è scritta è valida nel caso in continua. Nel caso in cui l'alimentazione sia sinusoidale questa relazione viene estesa.

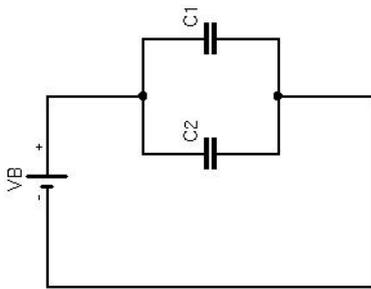


Figura 12: Collegamento in parallelo di due condensatori

La capacità equivalente C_{eq} viene così calcolata

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Dimostrazione

Si ricorda come prima cosa che la capacità è definita come il rapporto tra la carica che si accumula tra le armature del condensatore e della tensione applicata tra le armature stesse, ovvero

$$C = \frac{Q}{V}$$

dal momento che i condensatori sono collegati in parallelo, sulle loro armature è presente la stessa tensione V_B , pari a quella della batteria. Si ha dunque che le due capacità sono così calcolate

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_B}$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{V_B}$$

mentre la capacità equivalente C_{eq} si calcola nel seguente modo

$$C_{eq} = \frac{Q_{TOT}}{V_B}$$

la capacità totale Q_{TOT} si calcola sommando le singole cariche sui condensatori, che in generale saranno differenti. Dunque si ha che

$$Q_{TOT} = Q_1 + Q_2$$

sviluppando questa equazione e inserendola nella precedente, si ha che

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot V_B + C_2 \cdot V_B}{V_B} = \frac{V_B \cdot (C_1 + C_2)}{V_B}$$

semplificando V_B si ottiene la relazione cercata.

Nel caso in cui due condensatori siano collegati in serie, come mostrato in Figura 13, si ha che la capacità equivalente si calcola nel seguente modo

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

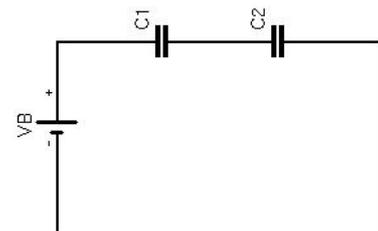


Figura 13: Collegamento in serie di due condensatori

Dimostrazione

Questa volta non è la tensione ad essere uguale ma la carica. Dunque si ha che

$$Q_1 = Q_2$$

Questo discende dal fatto che sulla prima armatura di C_1 avrà una certa carica Q , la quale si presenterà in uguale intensità ma di segno opposto sulla faccia opposta di C_1 . Dal momento che questa seconda faccia è collegata con la prima armatura del condensatore C_2 , si avrà che su questo condensatore sarà presente la stessa carica Q .

Per la prima legge di Kirchoff si avrà che

$$V_B = V_{C1} + V_{C2}$$

poiché

$$C_{eq} = \frac{Q}{V_B}$$

sviluppando V_B tenendo conto della precedente equazione si ha

$$C_{eq} = \frac{Q}{V_B} = \frac{Q}{V_{C1} + V_{C2}}$$

tenendo in considerazione che

$$V_{C1} = \frac{Q}{C_1}$$

$$V_{C2} = \frac{Q}{C_2}$$

si ha che

$$C_{eq} = \frac{Q}{\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}} = \frac{Q}{Q \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

facendo il minimo comune multiplo si ottiene la regola cercata.

Da quest'ultima equazione si comprende che, la capacità equivalente nel caso di n condensatori, si calcola nel seguente modo

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

Bibliografia

www.LaurTec.com : sito di elettronica dove poter scaricare gli altri articoli menzionati, aggiornamenti e progetti.